Teil 4 Koordinatengleichung R^2

Lage zweier Geraden zueinander

In R^2 sind möglich parallel, identisch, Schnittpunkt.

In R^3 ist keine Koordinatengleichung möglich.

4.A g1 <u>und</u> g2 als Koordinatengleichung

g: $A\,x + B\,y + C = 0$

4.1 Verfahren: Schrittweise Untersuchung

Schnell erkennbar sind:
parallel: A_2 und B_2 sind Vielfache von A_1 und B1
identisch: g2 ist ein Vielfaches von g1
Wenn Beides nicht zutrifft: ein Schnittpunkt muss existieren! Lineares Gleichungssystem

4.2 Verfahren: Lineares Gleichungssystem für die Koordinaten

Ansatz: $A_1\,x + B_1\,y + C_1 = 0$ und $A_2\,x + B_2\,y + C_2 = 0$

Dann gibt für die zwei Koordinaten x und y

$\rightarrow$ genau 1 Lösung:	Schnittpunkt
$\rightarrow$ keine Lösung:	parallele Geraden
$\rightarrow$ unendlich viele Lösungen:	identische Geraden

4.3 Beispiel

g1: $2\,x + 3\,y - 13 = 0$

<u>**A)**</u> g2: $4\,x + 6\,y - 26 = 0$

<u>**B)**</u> g2: $-8\,x - 12\,y - 108 = 0$

<u>**C)**</u> g2: $-5\,x + 3\,y - 104 = 0$

<u>**A)**</u> Erkennbar: g2 ist das Doppelte von g1 $\Rightarrow$ <u>Identische</u> Geraden

<u>**B)**</u> Erkennbar: A_2 und B_2 sind -4 mal A1 und B1, aber $C2 \neq -4 \cdot C1$ $\Rightarrow$ <u>Parallele</u> Geraden

<u>**C)**</u> Nicht parallel

[1] $2\,x + 3\,y - 13 = 0$

[2] $-5\,x + 3\,y - 104 = 0$

[1] - [2]: $7\,x + 91 = 0 \rightarrow x = -13 \rightarrow$ in [1]: $3\,y = 13 - (-26) \rightarrow y = 13$

$\Rightarrow$ Schnittpunkt $S(-13|13)$

4.B Gemischt Koordinatengleichung / Parameterform

Am einfachsten ist die Lösung des Linearen Gleichungssystems für die Koordinaten und die Anwendung des Kriteriums "Lösungsmannigfaltigkeit" 4.2

Beispiel 1

g1: 2 x + 3 y - 13= 0

g2: $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

[1] 2 x + 3 y = 13

[2] x = 6 +3 s

[3] y = 5 -2 s

[3]: s = (5 - y)/2 → in [2]: x = (27 - 3 y)/2 → in [1]: 27 - 3 y + 3 y = 13 → 27 = 13

Widerspruch ⇒ Parallele Geraden

Beispiel 2

g1: 2 x + 3 y - 13= 0

g2: $\mathbf{x} = \begin{pmatrix} -4 \\ 28 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$

[1] 2 x + 3 y = 13

[2] x = -4 + 3 s

[3] y = 28 + 5 s

[3]: s = (y - 28) / 5 → in [2]: x = (3 y -104) / 5 → in [1]: y =13 → x = -13

⇒ Schnittpunkt S(-13|13)

4.C Gemischt Koordinatengleichung / Normalform : siehe bei "Normalform"